EXERCICE I – CHIMIE ET SPELEOLOGIE (6,5 points)

Calculatrice autorisée

Dans le cadre d'un projet pluridisciplinaire sur le thème de la spéléologie, des élèves de terminale doivent faire l'exploration d'une grotte où ils risquent de rencontrer des nappes de dioxyde de carbone CO_2. A teneur élevée, ce gaz peut entraîner des évanouissements et même la mort. Le dioxyde de carbone est formé par action des eaux de ruissellement acides sur le carbonate de calcium $CaCO_3$ présent dans les roches calcaires. Le professeur de chimie leur propose d'étudier cette réaction.

Données :

- température du laboratoire au moment de l'expérience : 25°C soit T = 298 K
- pression atmosphérique : $P_{atm} = 1{,}020.10^5$ Pa
- loi des gaz parfaits : P.V = n.R.T
- constante des gaz parfaits : R = 8,31 SI
- masses molaires atomiques, en $g.mol^{-1}$: M(C) = 12 ; M(H) = 1 ; M(O) = 16 ; M(Ca) = 40
- densité d'un gaz par rapport à l'air : $d = \frac{M}{29}$, où M est la masse molaire du gaz.

Dans un ballon, on réalise la réaction entre le carbonate de calcium $CaCO_{3(s)}$ et l'acide chlorhydrique ($H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)}$). Le dioxyde de carbone formé est recueilli par déplacement d'eau, dans une éprouvette graduée.

Un élève verse dans le ballon, un volume V_S = 100 mL d'acide chlorhydrique à 0,1 $mol.L^{-1}$. A la date t = 0 s, il introduit rapidement dans le ballon 2,0 g de carbonate de calcium $CaCO_{3(s)}$ tandis qu'un camarade déclenche un chronomètre. Les élèves relèvent les valeurs du volume V_{CO2} de dioxyde de carbone dégagé en fonction du temps. Elles sont reportées dans le tableau ci-dessous. La pression du gaz est égale à la pression atmosphérique.

t (s)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220
V_{CO2} (mL)	0	29	49	63	72	79	84	89	93	97	100	103

t (s)	240	260	280	300	320	340	360	380	400	420	440
V_{CO2} (mL)	106	109	111	113	115	117	118	119	120	120	121

La réaction chimique étudiée peut être modélisée par l'équation :

$$CaCO_{3(s)} + 2\,H_3O^+_{(aq)} = Ca^{2+}_{(aq)} + CO_{2(g)} + 3H_2O_{(l)}$$

1. Calculer la densité par rapport à l'air du dioxyde de carbone $CO_{2(g)}$. Dans quelles parties de la grotte ce gaz est-il susceptible de s'accumuler ?

2. Déterminer les quantités de matière initiale de chacun des réactifs.

3. Dresser le tableau d'avancement de la réaction. En déduire la valeur x_{max} de l'avancement maximum. Quel est le réactif limitant ?

4. **a)** Exprimer l'avancement x de la réaction à une date t en fonction de V_{CO2}, T, P_{atm} et R. Calculer sa valeur numérique à la date t = 20 s.

b) Calculer le volume maximum de gaz susceptible d'être recueilli dans les conditions de l'expérience. La transformation est-elle totale ?

5. Les élèves ont calculé les valeurs de l'avancement x et reporté les résultats sur le graphe donné en annexe (à rendre avec la copie).

a) Donner l'expression de la vitesse volumique de réaction en fonction de l'avancement x et du volume V_S de solution. Comment varie la vitesse volumique au cours du temps ? Justifier à l'aide du graphe.

b) Définir le temps de demi réaction $t_{1/2}$. Déterminer graphiquement sa valeur sur l'annexe.

6. La température de la grotte qui doit être explorée par les élèves est inférieure à 25°C.

a) Quel est l'effet de cet abaissement de température sur la vitesse volumique de réaction à la date t = 0 s ?

b) Tracer, sur l'annexe, l'allure de l'évolution de l'avancement en fonction du temps dans ce cas.

7. La réaction précédente peut être suivie en mesurant la conductivité σ de la solution en fonction du temps.

a) Faire l'inventaire des ions présents dans la solution. Quel est l'ion spectateur dont la concentration ne varie pas ?

b) On observe expérimentalement une diminution de la conductivité. Justifier sans calcul ce résultat connaissant les valeurs des conductivités molaires des ions à 25°C :

$\lambda(H_3O^+) = 35{,}0$ mS.m².mol^{-1}
$\lambda(Ca^{2+}) = 12{,}0$ mS.m².mol^{-1}
$\lambda(Cl^-) = 7{,}5$ mS.m².mol^{-1}

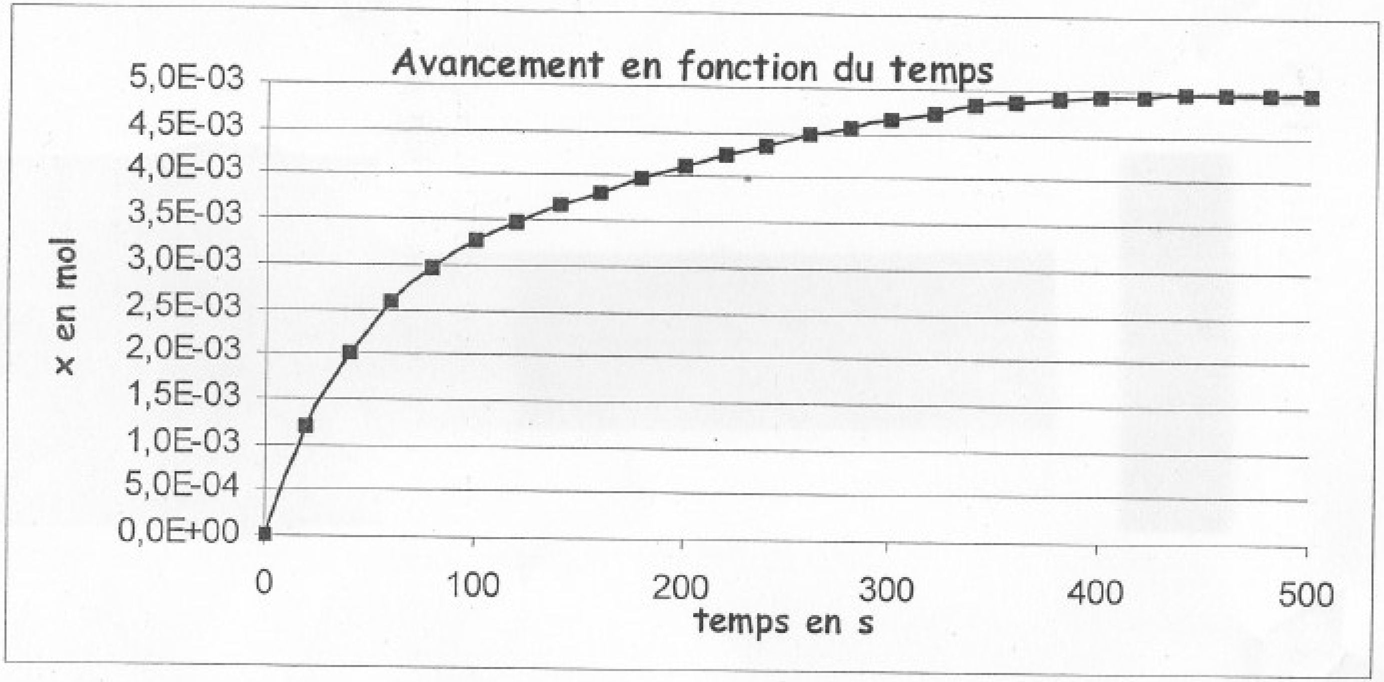
c) Calculer la conductivité σ de la solution à l'instant de date t = 0 s.

d) Montrer que la conductivité est reliée à l'avancement x par la relation :

$$\sigma = 4{,}25 - 580.x$$

e) Calculer la conductivité de la solution pour la valeur maximale de l'avancement.

EXERCICE I : ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE



Liban 2004 EXERCICE II – ENQUÊTE SUR UN HOMICIDE (5,5 points)
calculatrice autorisée

Agence de Presse – juin 2010

Une découverte exceptionnelle !

Les travaux de la future station balnéaire ont révélé un site d'une richesse inattendue qui suscite l'enthousiasme des plus grands spécialistes mondiaux de la paléoanthropologie.

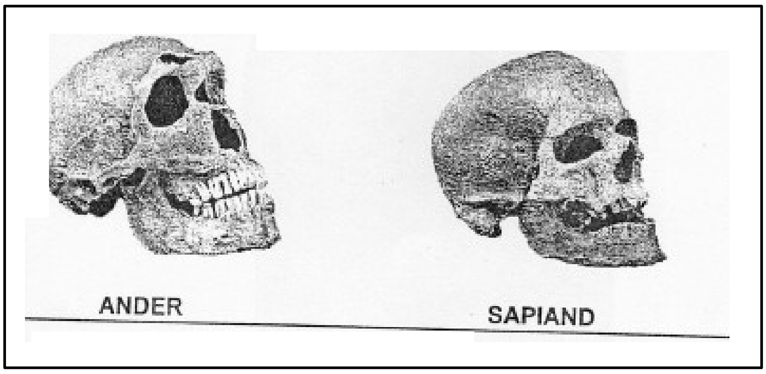
C'est en préparant les fondations du parc aquatique qu'a été exhumé, le 27 septembre dernier, le premier fragment fossile : un crâne pratiquement complet apparenté au genre HOMO, de l'espèce SAPIENS NEANDERTHAL. On l'a « baptisé » du nom d'ANDER.

Les autorités ont suspendu les projets d'aménagement pour permettre l'étude de ce site. Depuis lors les équipes de fouille sont allées de surprise en surprise. On a exhumé le squelette d'ANDER mais aussi celui d'un autre fossile inattendu, SAPIAND : un HOMO de l'espèce SAPIENS SAPIENS.

On sait que ces deux espèces d'hominidés ont cohabité en Europe entre -60 000 ans et -30 000 ans mais la découverte de ces deux individus, dans un tel état de conservation, est exceptionnelle. De plus les deux fossiles sont séparés d'à peine deux mètres de distance, mais il est possible que des glissements de terrain (ou les travaux d'aménagement) les aient par hasard rapprochés.
Les spécialistes s'interrogent : ces deux individus se sont-ils réellement rencontrés ?

Et la question prend la dimension d'une enquête policière puisque ANDER présente manifestement les signes crâniens d'une mort violente!

SAPIAND a-t-il massacré ANDER ? L'enquête n'en est qu'à ses débuts !



Il semble que SAPIAND et ANDER aient bien vécu au même endroit. Y étaient-ils en même temps ? Pour répondre à cette question, on utilise la méthode de datation au carbone 14.

I – Étude du carbone 14

Dans la nature le carbone existe sous forme de deux noyaux isotopes, ${}^{12}_{6}C$ et ${}^{14}_{6}C$.

Dans la haute atmosphère, un neutron formé par l'action de rayons cosmiques bombarde un noyau d'azote 14 (${}^{14}_{7}N$) qui se transforme en carbone 14 (${}^{14}_{6}C$) radioactif β^- avec émission d'une autre particule.

1. Écrire l'équation de la réaction nucléaire correspondant à la formation de carbone 14 dans la haute atmosphère. Identifier la particule émise. Justifier.

2. Écrire l'équation de la désintégration β^- du carbone 14.

3. Le temps de demi-vie $t_{1/2}$ du carbone 14 est de 5570 ans.
Qu'appelle-t-on temps de demi-vie ?

4. On appelle N_0 le nombre de noyaux radioactifs dans un échantillon à un instant pris comme origine des temps.

a) Exprimer en fonction de N_0 le nombre de noyaux N de carbone 14 restant aux instants $t_{1/2}$, 2 $t_{1/2}$, 3 $t_{1/2}$, 4 $t_{1/2}$ et 5 $t_{1/2}$.

b) Reporter sur une feuille de papier millimétré le nombre N de noyaux radioactifs aux instants précédents.

Tracer sommairement l'allure de la courbe traduisant l'évolution du nombre de noyaux radioactifs en fonction du temps.
Échelle : en abscisse $t_{1/2}$ est représenté par 2 cm ; en ordonnée N_0 est représenté par 10 cm.

5. L'équation correspondant à la représentation graphique de la question 4b est de la forme :

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda . t} \quad (1)$$

a) Établir la relation entre le temps de demi-vie et la constante radioactive λ.
b) Calculer la valeur de la constante radioactive.

II – Application à la datation :

Tant que la matière est vivante, les échanges de l'organisme animal ou végétal impliquant le dioxyde de carbone atmosphérique font que le rapport $N({}^{14}_{6}C) / N({}^{12}_{6}C)$ est constant.
A la mort de l'être vivant, la fin de ces échanges entraîne la décroissance de ce rapport.

L'activité d'un échantillon A(t) est le nombre de désintégrations qu'il produit par unité de temps soit $A(t) = -\frac{dN(t)}{dt}$

D'autre part, cette activité A(t) est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs présents N(t) soit $A(t) = \lambda N(t)$.

1. **a)** Établir l'équation différentielle donnant le nombre de noyaux N(t) en fonction du temps.

b) Vérifier que l'expression de N(t) donnée par la relation (1) est solution de cette équation différentielle.

2. Les résultats de l'analyse des ossements d'ANDER et de SAPIAND par la méthode du carbone 14 sont consignés dans le tableau suivant

Nature des échantillons sélectionnés	N / N_0
Ossements ANDER	$1{,}64 \times 10^{-2}$
Ossements SAPIAND	$1{,}87 \times 10^{-2}$

a) A partir du résultat concernant ANDER, calculer l'âge de ses ossements.

b) Les données fournies par l'agence de presse en juin sont-elles en accord avec ce résultat ?

c) En utilisant la dernière ligne du tableau, répondre à la question posée par le journaliste : SAPIAND a-t-il pu massacrer ANDER ?

3. Une recherche sur Internet a donné l'information suivante à propos du carbone 14 :
" *Pour obtenir une quinzaine de désintégrations par minute avec un matériau récent, il faut 1 g de carbone, c'est-à-dire 10 g de bois, de tissu ou de cuir, 20 g de coquillage ou 200 g d'os* ".

a) Quelle est, en Becquerel, l'activité des 200 g d'os d'un être mort récemment ?

b) Quel est le nombre de noyaux radioactifs présents dans cet échantillon ?

c) Quel est le rapport $N({}^{14}_{6}C)$ / $N({}^{12}_{6}C)$ dans cet échantillon ?

Données :

La masse molaire atomique de l'élément carbone, constitué très majoritairement de carbone 12, est égale à 12,0 $g.mol^{-1}$.

Le nombre d'Avogadro $N_A = 6;02 \times 10^{23}$ mol^{-1}

Liban 2004 EXERCICE III – LE GRAND SAUT (4 points)

Michel Fournier, parachutiste français de 58 ans, a le projet de franchir le mur du son en chute « libre ». Il veut réaliser cet exploit en sautant d'un ballon à une altitude de 40 000 mètres au dessus du Canada.

Le document donné en annexe est extrait d'un site Internet. Il indique :

- les différentes phases du saut (le film du saut) ;
- les deux records du monde à battre (d'Andreyev et de Kitinger) ;
- les principales caractéristiques de l'air à différentes altitudes (masse volumique, température et pression).

Dans cet exercice, on se propose de retrouver quelques précisions quantitatives données dans le film du saut.

Les trois parties sont indépendantes.

PARTIE A : la montée en ballon

Le ballon qui doit permettre la montée dans la haute atmosphère est constitué d'une enveloppe à laquelle est attachée une nacelle pressurisée emportant le sauteur avec son équipement. Ce ballon est gonflé avec de l'hélium.

Données :
Masse totale de l'ensemble {ballon + nacelle + sauteur} : $m = 1,6 \times 10^3$ kg
Volume total du ballon : $V_b = 4,0 \times 10^3$ m^3
Au sol : intensité de la pesanteur $g = 9,8$ $N.kg^{-1}$
masse volumique de l'air : $\mu = 1234$ $g.m^{-3}$

Comparer le poids de l'ensemble {ballon + nacelle + sauteur} au niveau du sol à celle de la poussée d'Archimède qui s'exerce sur le ballon. Conclure.

PARTIE B : Chute libre dans la haute atmosphère (stratosphère)

1. En utilisant le document en annexe indiquer brièvement et sans faire de calcul la raison pour laquelle on peut faire l'hypothèse d'une chute libre pour cette première partie du saut.

2. Dans cette première phase, on suppose la vitesse initiale nulle au moment du largage à l'altitude de 40 km. On considèrera que l'accélération de la pesanteur vaut alors $g = 9{,}7\ m.s^{-2}$.
Lorsque la vitesse du son est atteinte ($1067\ km.h^{-1}$) :

a) Calculer la durée de chute depuis le largage.
b) Calculer la hauteur de chute et l'altitude atteinte.
c) Comparer ces résultats avec les données du document. Conclure.

PARTIE C : Chute dans la basse atmosphère (troposphère)

A partir de l'altitude de 10 km, le sauteur avec son équipement de masse 200 kg , pénètre dans les couches denses de l'atmosphère avec une vitesse initiale de 309 $km.h^{-1}$. Dans cette zone, la valeur de l'accélération de la pesanteur est $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

1. On admet que l'ensemble des forces exercées par l'air sur le sauteur peut se modéliser par une force de frottement dont la valeur f est reliée à la vitesse v par la relation:

$$f = k\ .\ v^2 \qquad \text{avec } k = 0{,}78 \text{ unités SI.}$$

A partir d'une analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de la constante k dans le Système International.

2. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v(t), au cours de la chute . On utilisera un axe vertical dirigé vers le bas.

3. Pour déterminer l'évolution de la vitesse on utilise la méthode itérative d'Euler avec un pas de résolution $\Delta t = 0{,}5$ s.

a) Soient v_n la vitesse à l'instant t_n et v_{n+1} la vitesse à l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta t$. Montrer que l'équation différentielle précédente peut se mettre sous la forme :

$$v_{n+1} = v_n + A - B.v_n^2$$

où A = 4,9 SI et B = $1{,}95.10^{-3}$ SI.
Préciser les unités des constantes A et B.

b) En utilisant le graphe (figure 1) représentant la vitesse v en fonction du temps t calculée avec la relation précédente, indiquer :

- l'ordre de grandeur de la durée nécessaire pour atteindre la vitesse limite ;
- la valeur de cette vitesse limite exprimée en $km.h^{-1}$. Comparer cette valeur à la prévision indiquée sur le film du saut.

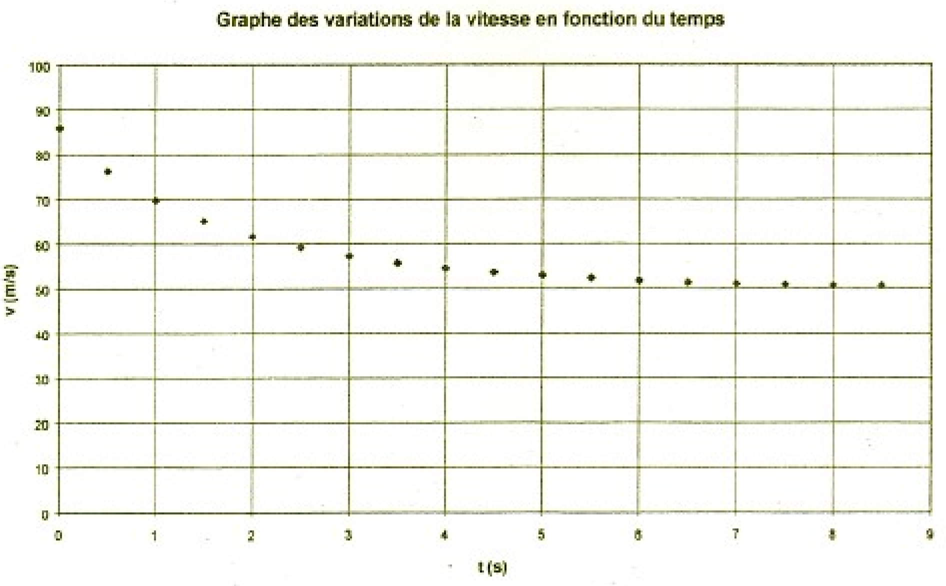


Figure 1

EXERCICE III : DOCUMENT