

Sommaire

I – Présentation des différents types d'engrenages :

- [Engrenage droit à denture droite](#) page 1
- [Engrenage droit à denture hélicoïdale](#) page 1
- [Engrenages coniques](#) page 2
- [Engrenages à roue et vis sans fin](#) page 2

II – Schématisation des différents types d'engrenages : page 3

III – Limite de l'étude aux engrenages droits à denture droite

- [Quelques définitions et terminologie](#) page 4
- [Tableau des principales caractéristiques des engrenages droits à denture droite](#) page 5

IV – Train d'engrenages classiques

- [Trains à un engrenage à roues extérieures](#) page 6
- [Trains à un engrenage intérieur](#) page 6
- [Trains à un engrenage avec une roue d'inversion](#) page 7
- [Trains à deux engrenages](#) page 7
- [Trains à "n" engrenages](#) page 8

IV – Transmission de la puissance

- [La puissance transmise](#) page 8
- [Effort sur la denture droite.](#) page 9

ENGRENAGE GENERALITES

I - Différents types d'engrenages :

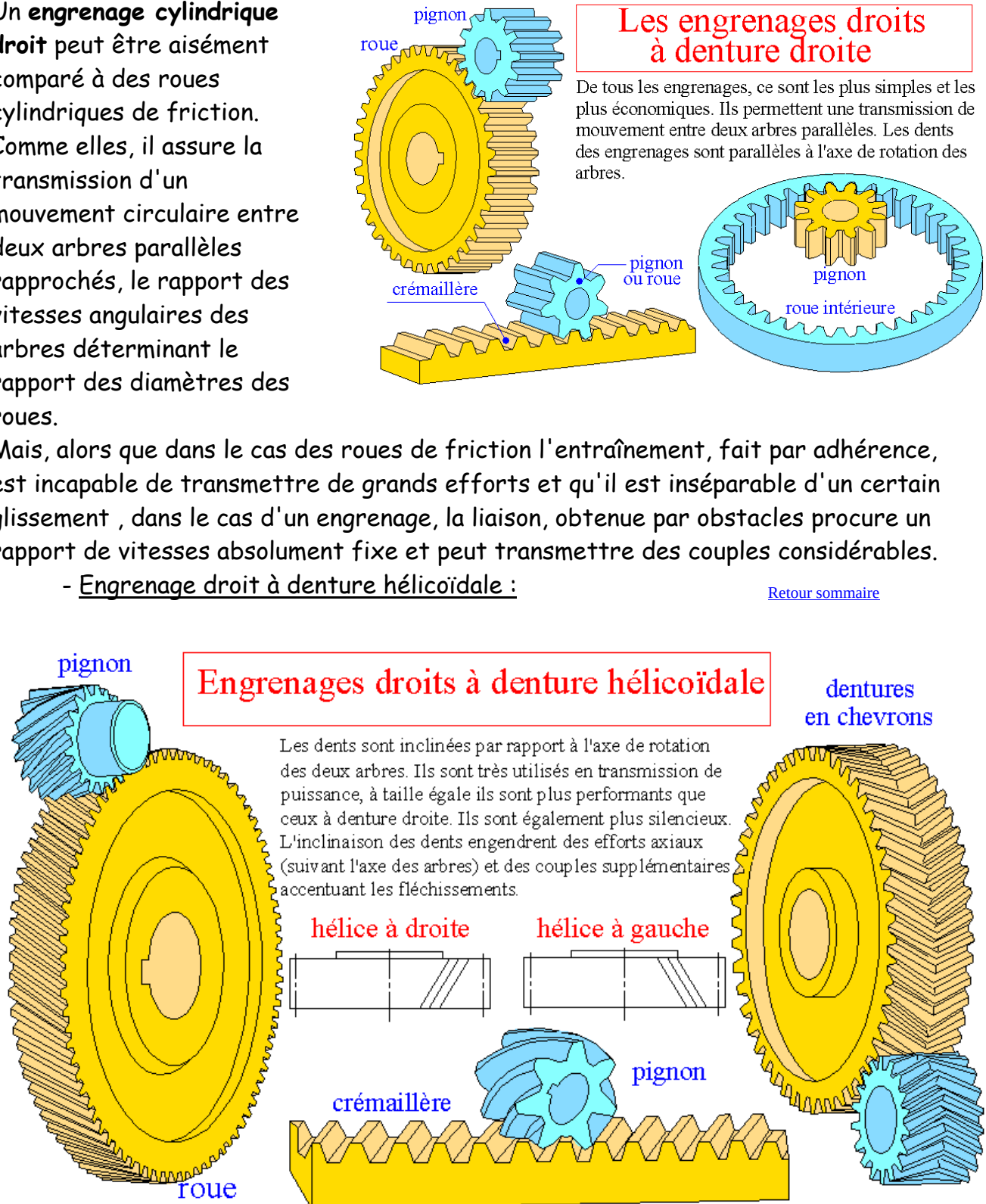
- Engrenage droit à denture droite :

Un **engrenage cylindrique droit** peut être aisément comparé à des roues cylindriques de friction. Comme elles, il assure la transmission d'un mouvement circulaire entre deux arbres parallèles rapprochés, le rapport des vitesses angulaires des arbres déterminant le rapport des diamètres des roues.

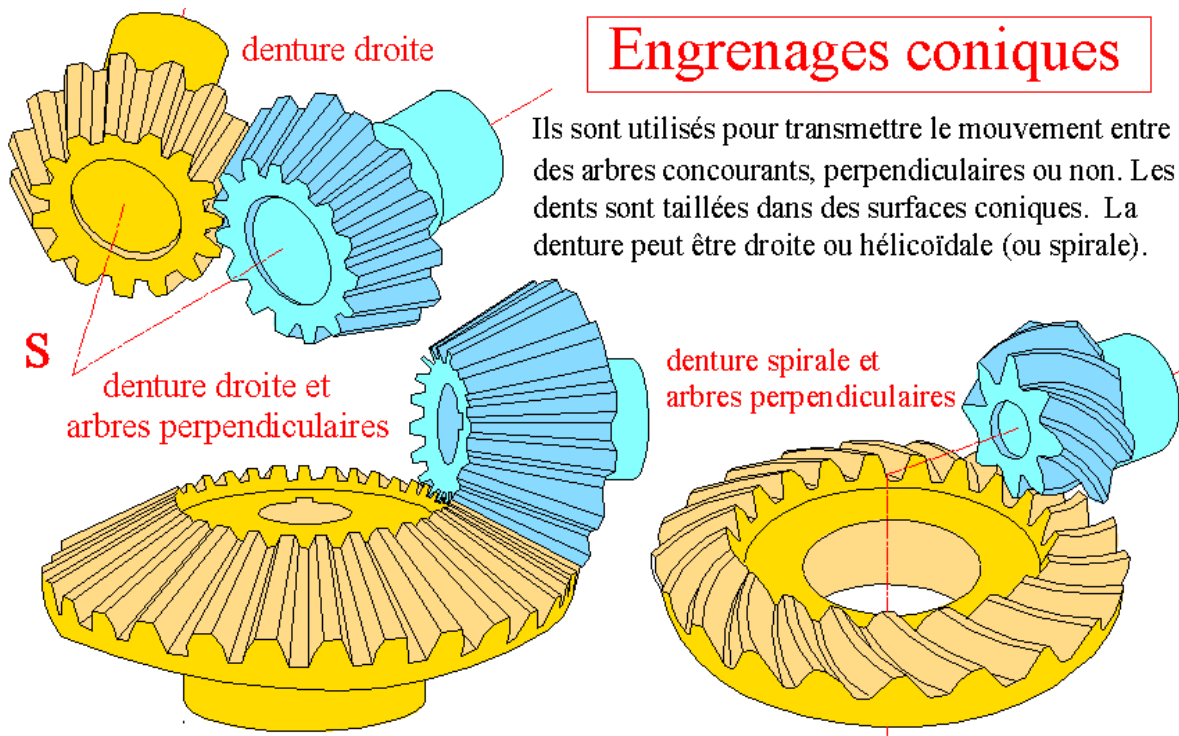
Mais, alors que dans le cas des roues de friction l'entraînement, fait par adhérence, est incapable de transmettre de grands efforts et qu'il est inséparable d'un certain glissement, dans le cas d'un engrenage, la liaison, obtenue par obstacles procure un rapport de vitesses absolument fixe et peut transmettre des couples considérables.

- Engrenage droit à denture hélicoïdale :

[Retour sommaire](#)



- Engrenages coniques :



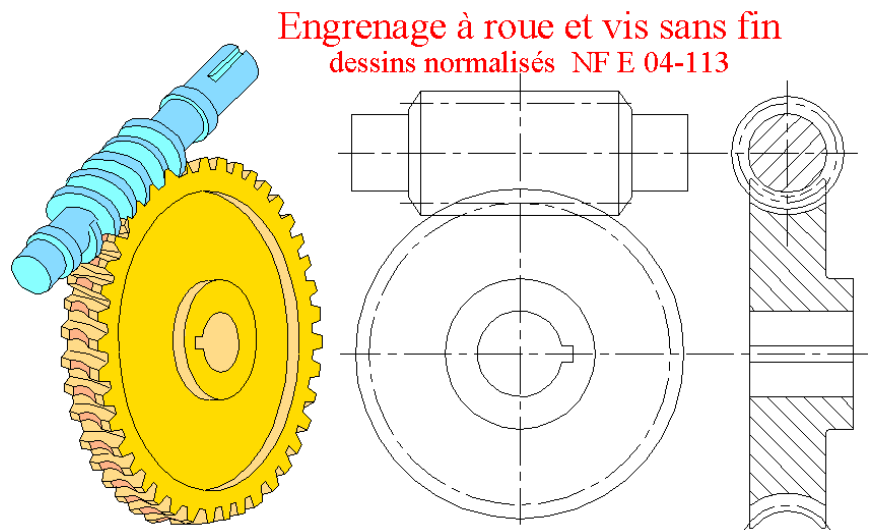
[Retour sommaire](#)

- Engrenages à roue et vis sans fin :

Pour ces engrenages, la vis ressemble à une vis d'un système vis-écrou et la roue à une roue droite à denture hélicoïdale. La transmission de mouvement est effectuée entre deux arbres orthogonaux (axes non courants à 90°).

Ces engrenages permettent de grands rapports de réduction (jusqu'à 1/200) et offrent des possibilités d'irréversibilité.

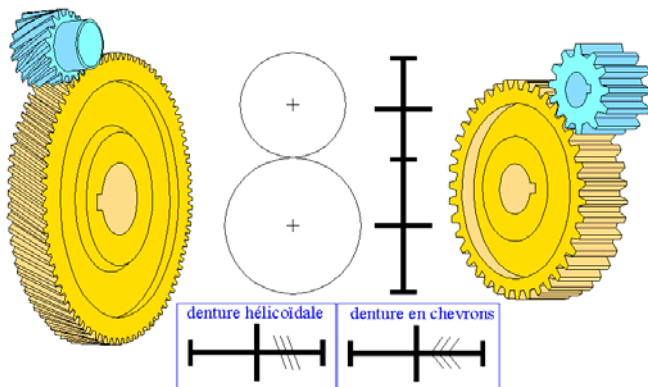
Ils donnent l'engrènement le plus doux de tous les engrenages, silencieux et sans chocs. Contrepartie : un glissement et un frottement important provoquent un rendement médiocre. De ce fait, une bonne lubrification est indispensable ainsi que des couples de matériaux à faible frottement (exemple : vis acier avec roue en bronze...).



[Retour sommaire](#)

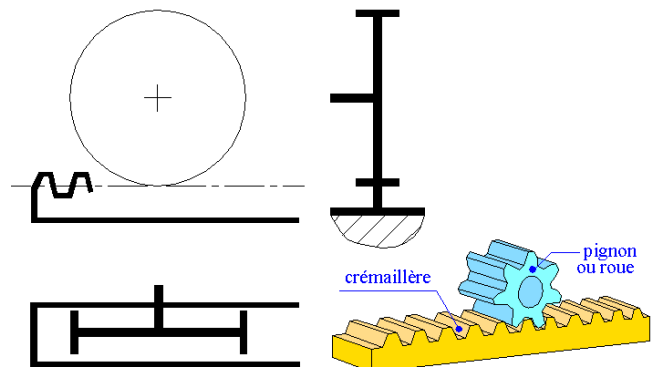
II - Schématisations **NF E 04-113** :

Engrenage droit à denture hélicoïdale

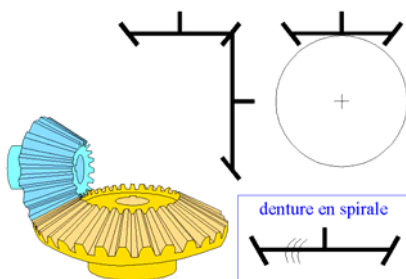


Engrenage droit à denture droite

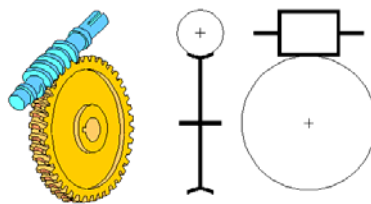
Engrenages droits avec crémaillère



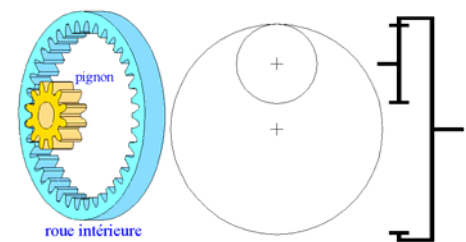
Engrenages coniques



Engrenage à vis tangente et roue creuse



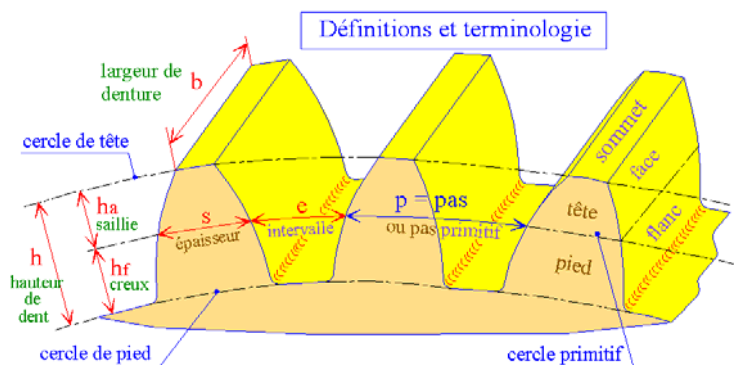
Engrenages droits avec roue intérieure



III - On se limitera à l'étude des engrenages droits à denture droite.

Les éléments des roues dentées correspondant à ceux des roues de friction s'appellent les éléments primitifs: **cercle primitif**, **cylindre primitif de roulement**, **diamètre primitif**. Sur un engrenage, ces éléments sont difficiles à mesurer. L'ensemble de deux roues qui se conduisent forme un engrenage. Lorsque les deux roues sont de diamètres différents, la plus petite est le **pignon**, et l'autre la **roue**.

[Voir le vocabulaire](#)



[Retour sommaire](#)

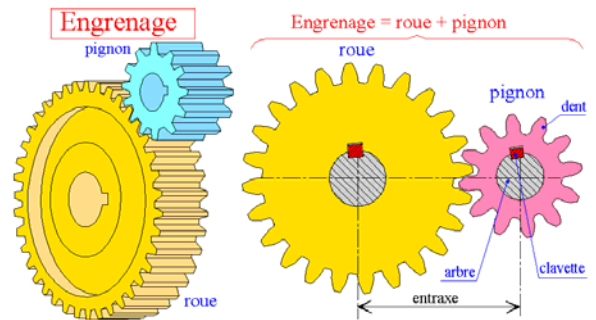
La **roue menante** commande le mouvement de la **roue menée**.

Lorsqu'une roue est de diamètre infini (sa surface primitive est alors un plan), elle constitue une **crémaillère**.

Le **cylindre primitif** de roulement d'une roue d'engrenage est le cylindre décrit par l'axe instantané du mouvement relatif de la roue.

(En d'autres termes, c'est comme si on utilisait deux roues de friction qui auraient ce diamètre). La section droite du cylindre primitif donne le **cercle primitif**, de diamètre **d** (**diamètre primitif**). Pour un fonctionnement correct d'un engrenage, les deux cercles primitifs doivent être tangents.

Le **diamètre extérieur** appelé **diamètre de tête** est le diamètre passant par le sommet des dents.



Le **diamètre de pied** est le diamètre passant au fond des entre-dents.

Le **flanc** est la portion de la surface d'une dent comprises entre la surface de tête et la surface de pied.

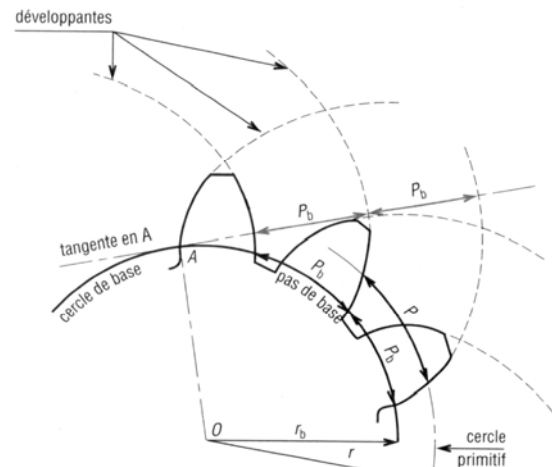
L'épaisseur d'une dent est la largeur de la partie dentée d'une roue, mesurée sur le diamètre primitif.

Le **profil** est la section d'un flanc. La forme du profil est dite à **développante de cercle**.

Le **pas** est la longueur de l'arc du cercle primitif compris entre deux profils homologues consécutifs.

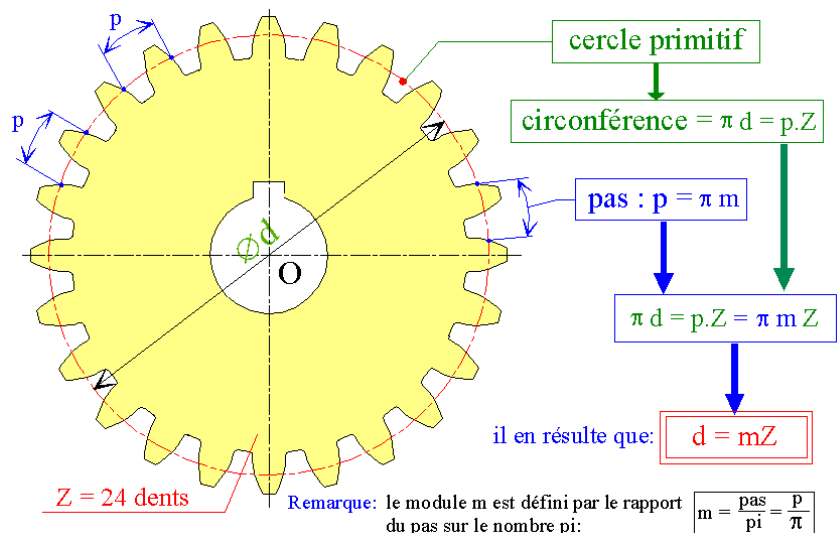
Il est égal au produit du module par le nombre π .

Le **module** sert de base aux calculs de dimensionnement de la denture. Ce paramètre peut se retrouver de façon mathématique très simplement.



D'où vient le module?

Pour pouvoir engrener ensemble, **deux engrenages doivent avoir le même module** (la même taille de denture). Deux engrenages de module différent ne sont pas compatibles.



On définit les dimensions d'une roue cylindrique à denture droite à l'aide du **nombre de dents Z**, et du **module m**. Les autres dimensions sont liées par les relations ci-dessous:

Principales caractéristiques des engrenages droits (ou parallèles) à denture droite		
Caractéristique ou terme	Symbole normalisé (NF ISO 701)*	Définitions - observations - formules Retour sommaire
entraxe	a	$a = r_1 + r_2 = \frac{1}{2} (d_1 + d_2) = \frac{1}{2} m(Z_1 + Z_2)$
largeur de denture	b	$b = k \cdot m$ (avec $7 \leq k \leq 12$)
vitesse angulaire	ω	en rad / s ; $\omega = \pi N / 30$
nombre de tours	n	n en tours par minute ou tr / min
vitesse linéaire	v	en m.s ⁻¹ ou autres unités
nombre de dents	Z	Z ₁ (roue1) et Z ₂ (roue 2)
module	m	nombre normalisés; voir tableaux des valeurs
pas (pas primitif)	p	$p = \pi m$ (remarque $p_1 = p_2 = p$)
rayon primitif	r	$r_1 = \frac{1}{2} m \cdot Z_1 = \frac{1}{2} d_1$; $r_2 = \frac{1}{2} m \cdot Z_2 = \frac{1}{2} d_2$
diamètre primitif	d	$d_1 = m \cdot Z_1$; $d_2 = m \cdot Z_2$
rayon de tête	r _a	$r_a = r + m = r + h_a = \frac{1}{2} d_a$
diamètre de tête	d _a	$d_a = d + 2m = d + 2h_a$
rayon de pied	r _f	$r_f = r - 1,25m = r - h_f = \frac{1}{2} d_f$
diamètre de pied	d _f	$d_f = d - 2,5m = d - 2h_f$
saillie	h _a	$h_a = m$
creux	h _f	$h_f = 1,25m$
hauteur de dent	h	$h = 2,25m = h_a + h_f$
épaisseur de la dent	s	$s_1 = e_1 = s_2 = e_2 = \frac{1}{2} \pi m$ (si jeu nul...)
intervalle	e	$s_1 + e_1 = s_2 + e_2 = p$
angle de pression	α	valeur usuelle: $\alpha = 20^\circ$
rayon de base	r _b	$r_b = r \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} d_b$
diamètre de base	d _b	$d_b = d \cdot \cos \alpha$
* la norme prévoit les lettres sous forme italique		

Pour assurer la continuité de l'engrènement, il faut qu'un couple de dents engrène avant qu'un autre couple de dents ne cesse d'entraîner. Dans le cas d'un petit nombre de dents, une correction de denture sera nécessaire pour éviter des interférences de fonctionnement entre plusieurs couples de dents.

IV - Trains classiques

1. Trains à un engrenage à roues extérieures

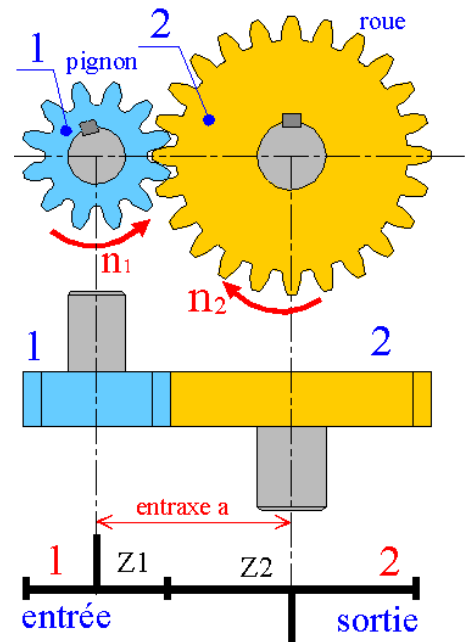
Un seul couple de roues en prise, le rapport de transmission ($R_{2/1}$) est égal au rapport inverse des nombres de dents. Le signe moins (cas de roues extérieures) indique une inversion du sens de rotation entre l'entrée et la sortie.

$$R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = - \frac{Z_1}{Z_2} = - \frac{d_1}{d_2}$$

Le rapport des couples transmis, en supposant un rendement η est :

$$\eta \frac{C_1}{C_2} = R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

C_1 est le couple sur la roue 1, menante ou motrice,
 C_2 est le couple sur la roue 2, menée ou réceptrice.



[Retour sommaire](#)

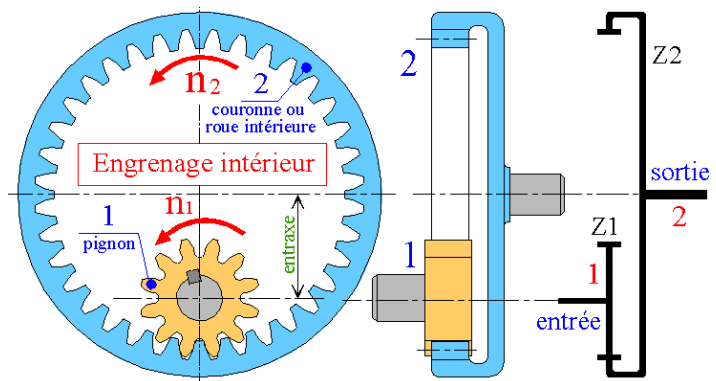
2. Trains à un engrenage intérieur

Un seul couple de roues en prise dont l'une est à denture intérieure, le rapport de transmission ($R_{2/1}$) est égal au rapport inverse des nombres de dents. Pas de signe moins dans ce cas, ce qui indique que les deux roues tournent dans le même sens.

$$R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

Le rapport des couples transmis, en supposant un rendement η est :

$$\eta \frac{C_1}{C_2} = R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$



C_1 est le couple sur la roue 1, menante ou motrice,
 C_2 est le couple sur la roue 2, menée ou réceptrice.

3. Trains à un engrenage avec une roue d'inversion

Le train se compose d'un couple de roues en prise (1 et 2) avec une roue d'inversion (E) intercalée. Le rapport de transmission ($R_{2/1}$) est égal au rapport inverse des nombres de dents des roues (1) et (2). Pas de signe moins dans ce cas, ce qui indique que les deux roues tournent dans le même sens.

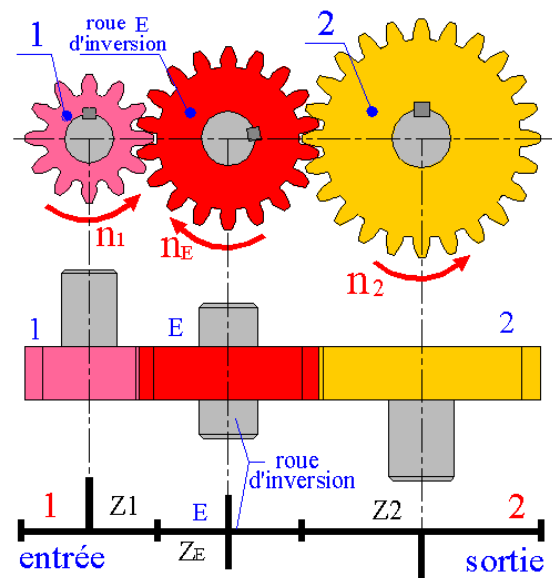
$$R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_2 \cdot n_E}{n_E \cdot n_1} = \left(-\frac{Z_E}{Z_2}\right) \cdot \left(-\frac{Z_1}{Z_E}\right) = \frac{Z_1}{Z_2}$$

en définitive :

$$R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

Le rapport des couples transmis, en supposant un rendement η est :

$$\eta \frac{C_1}{C_2} = R_{2/1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$$



C_1 est le couple sur la roue 1, menante ou motrice,
 C_2 est le couple sur la roue 2, menée ou réceptrice.

[Retour sommaire](#)

4. Trains à deux engrenages

Le train se compose de deux couples de roues montés en série (1 avec 2 et 3 avec 4). Le rapport de transmission ($R_{4/1}$) est égal au produit des rapports de transmission de chacun des deux couples de roues ($R_{4/3} \times R_{2/1}$). Il n'y a pas de signe moins dans ce cas, ce qui indique que les deux roues extrêmes tournent dans le même sens.

En remarquant que les roues 2 et 3 de l'arbre intermédiaire tournent à la même vitesse :

$$n_2 = n_3 = n_k.$$

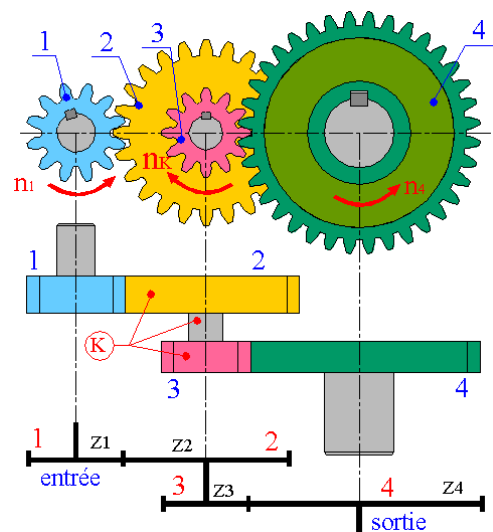
$$R_{4/1} = \frac{n_4}{n_1} = \frac{n_4 \cdot n_2}{n_3 \cdot n_1} = \left(-\frac{Z_3}{Z_4}\right) \cdot \left(-\frac{Z_1}{Z_2}\right) = \frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_4 \cdot Z_2}$$

en définitive :

$$R_{4/1} = \frac{n_4}{n_1} = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{Z_3 \cdot Z_1}{Z_4 \cdot Z_2} = \frac{d_3 \cdot d_1}{d_4 \cdot d_2}$$

Le rapport des couples transmis, en supposant un rendement η est :

$$\eta \frac{C_1}{C_4} = R_{4/1} = \frac{n_4}{n_1} = \frac{\omega_4}{\omega_1}$$



C_1 est le couple sur la roue 1, menante ou motrice,
 C_4 est le couple sur la roue 4, menée ou réceptrice

5. Trains à n engrenages

Le train se compose de n couples de roues montés en série. Les roues menantes (1), (3)...(N-1) sont les roues motrices de chaque couple de roues. Les roues menées (2), (4)...(N) sont les roues réceptrices correspondantes.

Le rapport de transmission ($R_{N/1}$) est égal au **produit des rapports** de transmission de chacun des couples de roues : $(R_{N/1}) = (R_{N/N-1})...(R_{4/3})...(R_{2/1})$.

(y) est le nombre total de contact entre roues extérieures (ou le nombre d'engrenages n'ayant que des roues extérieures).

$(-1)^y$ permet de savoir s'il y a ou non inversion du sens de rotation entre entrée (1) et sortie (N).

On remarquera que les roues (2 et 3), (4 et 5), etc. de chaque arbre intermédiaire tournent à la même vitesse : $n_2 = n_3$; $n_4 = n_5$...

$$R_{N/1} = \frac{n_N}{n_1} = \frac{n_N \dots n_4 \cdot n_2}{n_{N-1} \dots n_3 \cdot n_1} = \left(-\frac{Z_{N-1}}{Z_N}\right) \dots \left(-\frac{Z_3}{Z_4}\right) \cdot \left(-\frac{Z_1}{Z_2}\right) = (-1)^y \frac{Z_{N-1} \dots Z_3 \cdot Z_1}{Z_N \dots Z_4 \cdot Z_2}$$

en définitive :

$$R_{N/1} = \frac{n_N}{n_1} = \frac{\omega_N}{\omega_1} = (-1)^y \frac{Z_{N-1} \dots Z_3 \cdot Z_1}{Z_N \dots Z_4 \cdot Z_2}$$

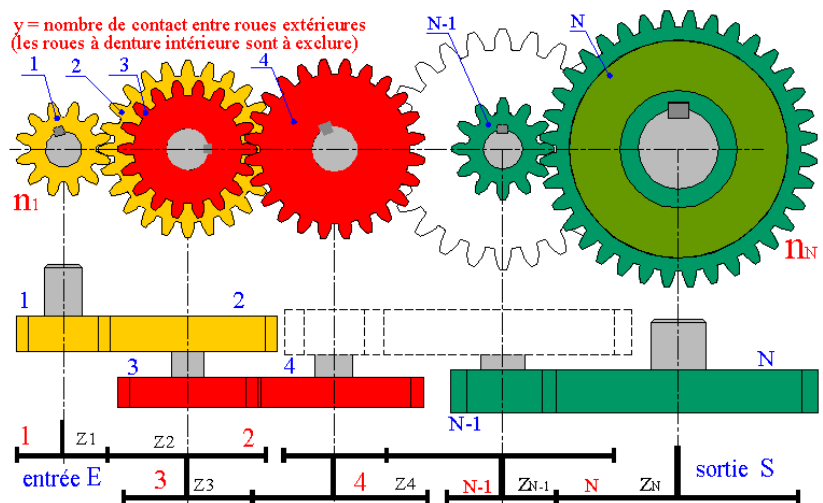
[Retour sommaire](#)

Le rapport des couples transmis, en supposant un rendement η est :

$$\eta \frac{C_1}{C_N} = R_{N/1} = \frac{n_N}{n_1} = \frac{\omega_N}{\omega_1}$$

C_1 est le couple sur la première roue (1), menante ou motrice,

C_N est le couple sur la dernière roue (N), menée ou réceptrice.



V - Transmission de la puissance

Les engrenages sont utilisés pour transmettre la puissance d'une machine à l'autre en modifiant les caractéristiques du couple (C) et de la vitesse de rotation (ω en rad / s ou N en tr / min).

Si l'on suppose un rendement égal à 1 ($\eta = 1$), autrement dit si on néglige les pertes de puissance par frottement, les modifications du couple et de la vitesse suivent la loi :

$$P = C \cdot \omega$$

[Retour sommaire](#)

avec : P en W (watt) ; C en N.m (newton . mètre) ;
 ω en rad / s (radian par seconde : rad/s)

pour la roue 1 : $P_1 = C_1 . \omega_1$

pour la roue 2 : $P_2 = C_2 . \omega_2$

Si le rendement est supposé égal à 1 ($\eta=1$) alors : $P_1 = P_2$.

Si l'on tient compte du rendement η (cas $\eta < 1$) : $P_2 = \eta P_1$.

Pour les engrenages de bonne qualité : $0,94 \leq \eta \leq 0,98$.

Remarque : à puissance constante, si un engrenage réduit la vitesse de rotation par 10 (ou r), dans le même temps, il multipliera le couple transmis par 10 (ou r). Autrement dit, toute réduction de vitesse s'accompagne automatiquement d'une augmentation du couple dans les mêmes proportions. Cette propriété est comparable à celle du bras de levier.

[Retour sommaire](#)

Efforts sur la denture droite

Action de contact ($F_{2/1}$) entre dents : c'est l'action exercée par la dent de la roue 2 sur la dent en contact de la roue 1. Elle est toujours portée par la ligne de pression ou ligne d'engrènement dont la direction, fixe, est inclinée de l'angle de pression α . Cette ligne passe toujours par I, point de contact entre les cercles primitifs.

Effort tangentiel F_T : c'est la projection de l'action $F_{2/1}$ sur la tangente en I aux cercles primitifs. F_T est à l'origine du couple transmis.

$$F_T = F_{2/1} . \cos \alpha$$

$$C_1 = F_T . r_1$$
$$C_2 = F_T . r_2$$

Effort radial F_R : perpendiculaire à F_T , c'est la projection de $F_{2/1}$ sur la ligne des centres O_1O_2 . Parfois appelé effort de séparation, il ne participe pas à la transmission du couple. Son action a tendance à séparer les deux roues et se traduit par un fléchissement des arbres.

$$F_R = F_{2/1} . \sin \alpha$$

